<u>Aufgaben für unterrichtsfreie Zeit (16.03. bis 27.03. und 15.04. bis 17.04.2020)</u>
<u>Mathematik Klasse 10a</u>

Liebe Schülerinnen und Schüler der Klasse 10a,
ich hoffe, dass ihr und eure Familienmitglieder die kommenden Wochen gesund und munter übersteht. Falls ihr erkranken solltet, wünsche ich euch, dass ihr schnell wieder gesund werdet. Alle wichtigen Informationen, die die Schule betreffen, findet ihr auf unserer Homepage (http://www.ratsgymnasium-wolfsburg.de/aktuelles.html) und in der DSBmobile-App.

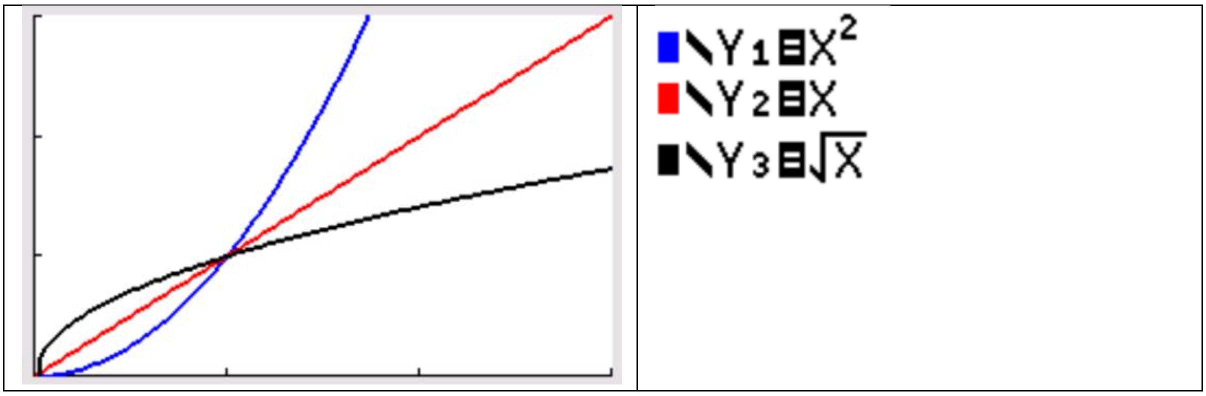
<u>Wichtig</u>: Wann immer Fragen und Probleme auftauchen, schreibt diese auf! Am besten mit einem konkreten Beispiel, damit wir diese Fragen/Probleme klären können, wenn wir uns in der Schule wiedersehen.

<u>Aufgaben für die unterrichtsfreie Zeit</u>
Damit wir die wichtigsten Inhalte aus Klasse 10 bis zu den Sommerferien schaffen, ist es wichtig, dass ihr auch jetzt weiterarbeitet und übt! Hierzu gebe ich euch Aufgaben und Tafelbilder/Merksätze, die wir sonst im Unterricht bearbeitet hätten. Diese sind von allen Schülerinnen und Schülern **<u>verpflichtend</u>** zu bearbeiten (Ausnahme: langfristige Erkrankung).

1) Vergleich der HA: S. 117 Aufgabe 7 und 8 (Lösung siehe unten)

2) Übernimm das folgende Tafelbild in dein Heft:

<u>Was ist eine Umkehrfunktion? Wie erhält man eine Umkehrfunktion?</u>
<u>Grafisch</u>: Hat man eine Funktion $f(x)$ und spiegelt diese an der Geraden $y = x$, so erhält man die Umkehrfunktion von $f(x)$.
<u>Beispiel:</u>
$y_1 = x^2$ an $y_2 = x$ spiegeln und man erhält: $y_3 = \sqrt{x}$
y_3 ist die Umkehroperation von y_1



<u>Rechnerisch</u>: Vertauscht man bei der Funktionsgleichung x und y (bzw. $f(x)$), so erhält man die Umkehrfunktion, indem man nach y umstellt.
<u>Beispiel:</u>
$y_1 = x^2$ | Tausche y_1 und x ($x \rightarrow y_3$ und $y_1 \rightarrow x$)
$x = (y_3)^2$ | Wurzel ziehen
$y_3 = \sqrt{x}$

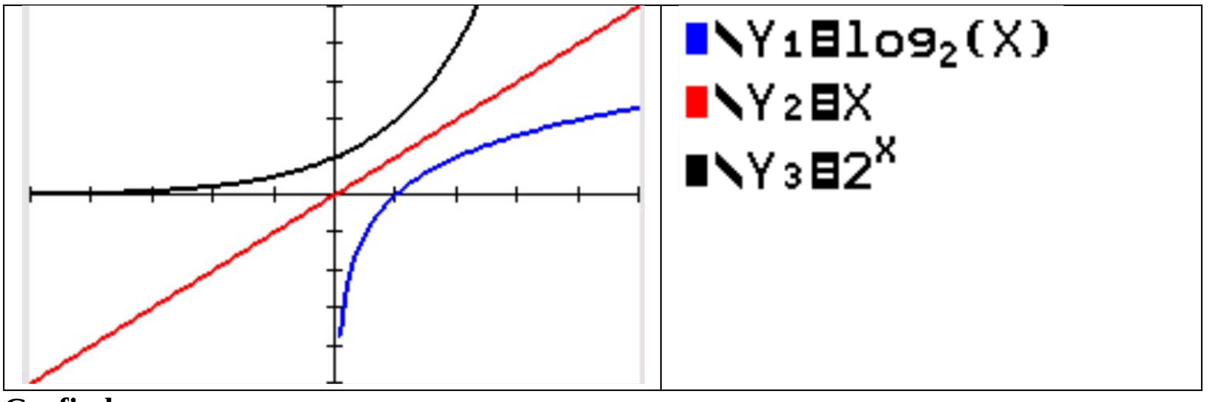
3) Übernimm das folgende Tafelbild in dein Heft und lies S. 119 (erster roter Kasten):

3.7 Logarithmusfunktion

$y = \log_b(x)$ ist Umkehrfunktion von $y = b^x$

Beispiel:

$y_1 = \log_2(x)$ und $y_3 = 2^x$



Grafisch:

$y_1 = \log_2(x)$ an $y_2 = x$ spiegeln und man erhält: $y_3 = 2^x$

y_3 ist daher die Umkehroperation von y_1

Rechnerisch:

$y_1 = \log_2(x) \Leftrightarrow x = 2^{y_1}$ | Tausche y_1 und x ($x \rightarrow y_3$ und $y_1 \rightarrow x$)

$y_3 = 2^x$

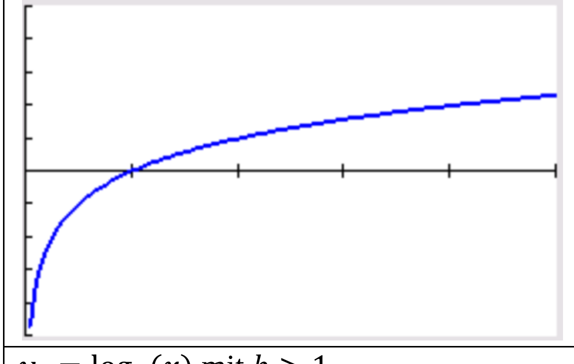
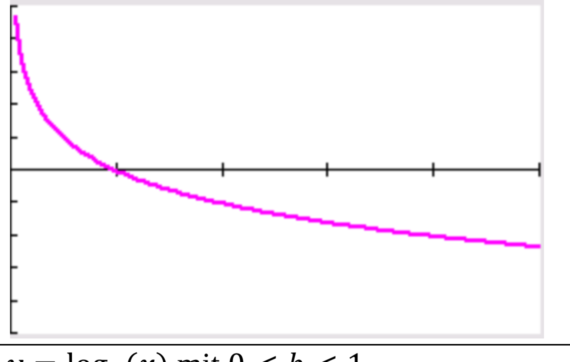
Allgemein:

$y_1 = \log_b(x) \Leftrightarrow x = b^{y_1}$ | Tausche y_1 und x ($x \rightarrow y_3$ und $y_1 \rightarrow x$)

$y_3 = b^x$

4) Übernimm das folgende Tafelbild in dein Heft und lies S. 118 und 119:

Eigenschaften der Logarithmusfunktion

	
$y_1 = \log_b(x)$ mit $b > 1$ Hier: $y_1 = \log_2(x)$	$y = \log_b(x)$ mit $0 < b < 1$ Hier: $y_1 = \log_{0,5}(x)$

Eigenschaft	$b > 1$	$0 < b < 1$
Monotonie:	monoton wachsend	monoton fallend
Wertebereich	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$0 < x < 1$	$y < 0$	$y > 0$
$x = 1$	$y = 0$	$y = 0$
Fazit: Alle Logarithmusfunktionen $\log_b(x)$ verlaufen durch den Punkt $P(1\|0)$		
$x > 1$	$y > 0$	$y < 0$
Asymptoten	y-Achse (negativer Teil)	y-Achse (positiver Teil)

5) Übungsaufgaben: S. 120 Aufgabe 2, 3, 4 (Tipp: Spiegelung an x- und y-Achse), 5, 6, 7, 8*

6) Seite 121, 122 und 123 lesen und roten Kasten abschreiben
Übungsaufgaben: Seite 123 Aufgabe 4, 5, 6

7) Seite 125, 126 und 127 lesen und rote Kästen abschreiben
Übungsaufgaben: Seite 127 Aufgabe 5, 6, 7, 8 (Zusatz)

Lösungen zum selber vergleichen

Damit du die Aufgaben direkt nach der Bearbeitung vergleichen kannst, bekommst du ab hier die entsprechenden Lösungen! Bitte gehe verantwortungsvoll damit um, **bearbeite erst die Aufgaben und schaue dir erst im Anschluss die Lösungen an**. Sollte deine Lösung falsch sein, versuche die Aufgabe erneut zu bearbeiten. Hinweis: Manchmal gibt es mehr Lösungen als zu bearbeitende Aufgaben (diese kannst du als freiwillige Zusatzaufgaben bearbeiten).

S. 117/ 7:

a) $L = \left\{\frac{5}{3}\right\}$ b) $L = \{2\}$ c) $L = \{2.500\}$

S. 117/ 8

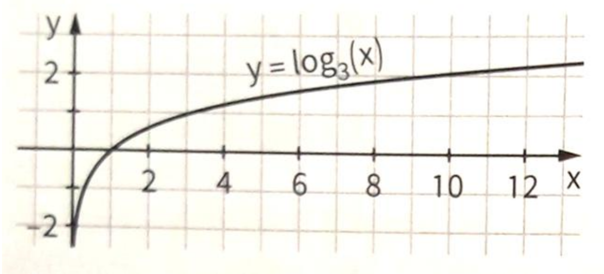
(1) a) rechte Seite: $\lg(x) + \lg(y) \overset{Logarithmengesetz\ L1}{=} \lg(x \cdot y)$

linke Seite: $\lg(x + y)$
im Allgemeinen gilt: $\lg(x \cdot y) \neq \lg(x + y)$
b) Ausnahme: die Formel gilt, wenn $x \cdot y = x + y$; also z.B. wenn $x = y = 2$

(2) a) rechte Seite: $\lg(r) + \lg(s) \overset{Logarithmengesetz\ L2}{=} \lg\left(\frac{r}{s}\right)$

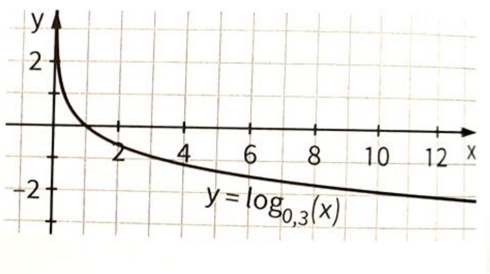
linke Seite: $\lg(r - s)$
im Allgemeinen gilt: $\lg\left(\frac{r}{s}\right) \neq \lg(r - s)$
b) Ausnahme: die Formel gilt, wenn $\frac{r}{s} = r - s$; also z.B. wenn $r = 4;\ \ s = 2$

S. 120/ 2



S. 120/ 3

Der Graph ist streng monoton fallend. Er hat den positiven Teil der y-Achse als Asymptote. Dies ergibt sich unmittelbar aus den Eigenschaften des Graphen zu $y = 0{,}3^x$, wenn man den Graphen an der Hauptwinkelhalbierenden spiegelt.



S. 120/ 4

Bei gleicher Achseneinteilung geht der Graph zu $y = 4^x$ beim Spiegeln an der Hauptwinkelhalbierenden w über in den Graphen zu $y = \log_4(x)$. Der Punkt $P(s|v)$ auf dem Graphen zu $y = 4^x$ geht beim Spiegeln an w über in den Punkt $P^*(v|s)$ auf dem Graphen zu $y = \log_4(x)$.

Begründung: Wenn $P(s|v)$ auf dem Graphen der Funktion zu $y = 4^x$ liegt, so gilt $v = 4^s$. Daraus folgt $s = \log_4(v)$. Also ist s der Funktionswert der Logarithmusfunktion an der Stelle v. P^* hat also die Koordinaten $P^*(v|\log_4(v))$. Somit liegt P^* auf dem Graphen der Funktion zu $y = \log_4(x)$.

Bei gleicher Achseneinteilung geht der Graph zu $y = 0{,}25^x$ beim Spiegeln an der Hauptwinkelhalbierenden w über in den Graphen zu $y = \log_{0,25}(x)$. Der Punkt $P(s|v)$ auf dem Graphen zu $y = 0{,}25^x$ geht beim Spiegeln an w über in den Punkt $P^*(v|s)$ auf dem Graphen zu $y = \log_{0,25}(x)$.

Begründung: Wenn $P(s|v)$ auf dem Graphen der Funktion zu $y = 0{,}25^x$ liegt, so gilt $v = 0{,}25^s$. Daraus folgt $s = \log_{0,25}(v)$. Also ist s der Funktionswert der Logarithmusfunktion an der Stelle v. P^* hat also die Koordinaten $P^*(v|\log_{0,25}(v))$. Somit liegt P^* auf dem Graphen der Funktion zu $y = \log_{0,25}(x)$.

S. 120/ 5

5. $y = \log_b(x)$, also $x = b^y$
   a) $8 = b^3$; $b = 2$; $y = \log_2(x)$
   b) $3 = b^8$; $b = \sqrt[8]{3}$; $y = \log_{\sqrt[8]{3}}(x)$
   c) $0{,}5 = b^{-1}$; $b = 2$; $y = \log_2(x)$
   d) $\frac{1}{3} = b^3$; $b = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$; $y = \log_{\sqrt[3]{\frac{1}{3}}}(x)$
   e) $1 = b^0$; $b > 0$; $y = \log_b(x)$

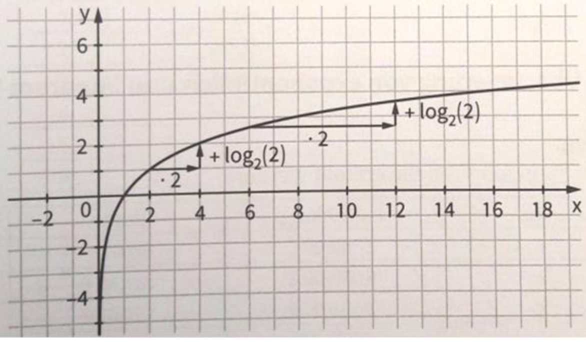
S. 120/ 6

(1) und b; (2) und c; (3) und a; (4) und d

S. 120/ 7

7. a) Es gilt $\log(x \cdot s) = \log(x) + \log(s)$.
Da $\log(s)$ eine Zahl ist, wird also immer der konstante Summand $\log(s)$ addiert.

b) Jedes Mal, wenn x mit s potenziert wird, wird der Funktionswert mit s multipliziert.
Begründung:
Es gilt $\log(x^s) = s \cdot \log(x)$. Da $\log(s)$ eine Zahl ist, wird also immer mit dem Faktor $\log(s)$ multipliziert.



S. 120/ 8*

8. a) *Hochformat* (21 cm breit, 29,7 cm hoch)
$\log_2(x) = 14,85$
$x \approx 29\,532$
$29\,532\,\text{cm} : 21\,\text{cm} = 1\,406,2\ldots$
Er benötigt 1 407 Blätter.
Querformat (29,7 cm breit; 21 cm hoch)
$\log_2(x) = 10,5$
$x \approx 1\,448$
$1\,448\,\text{cm} : 29,7\,\text{cm} = 48,7\ldots$
Er benötigt 49 Blätter.

8. b) *Hochformat*
$\lg(x) = 14,85$
$x \approx 7,0795 \cdot 10^{14}$
$7,0795 \cdot 10^{14}\,\text{cm} : 21\,\text{cm} \approx 3,37 \cdot 10^{13}$
$3,37 \cdot 10^{13} : 1\,000 \cdot 5\,\text{kg} \approx 1,685 \cdot 10^{11}\,\text{kg} \approx 1,685 \cdot 10^{8}\,\text{t}$
Querformat
$\lg(x) = 10,5$
$x \approx 3,1623 \cdot 10^{10}$
$3,1623 \cdot 10^{10}\,\text{cm} : 29,7\,\text{cm} \approx 1,065 \cdot 10^{9}$
$1,065 \cdot 10^{9} : 1\,000 \cdot 5\,\text{kg} \approx 5,325 \cdot 10^{6}\,\text{kg} \approx 5\,325\,\text{t}$

S. 123/ 4

Niklas kann sich auf 4.919,10€ freuen. Wenn ihm seine Oma zum 18. Geburtstag auch 200€ schenkt, kann er sich sogar auf 5.119,10€ freuen.

S. 123/ 5

a) Nach 25 Jahren bleibt noch etwas Guthaben übrig. Nach 26 Jahren ist man in den roten Zahlen.

b) Sie reicht damit 50 Jahre, wenn sie jährlich 31.823,21€ abholt.

(gerundete Werte, die nahe an dem exakten Wert liegen, sind auch akzeptabel)

S. 123/ 6

a) Er bekommt mit 65 Jahren 130.442,73€ ausgezahlt.

b) Er müsste als ersten Betrag und dann jährlich 2.265,13€ einzahlen.

S. 127/ 5

5\. a) Bei dieser Aufgabe müssen die Ergebnisse auf eine natürliche Zahl gerundet werden, da es sich um Fische handelt.
$g(1) = 280$; $g(2) = 352$; $g(3) = 417$; $g(4) = 476$; $g(5) = 528$; $g(6) = 575$;
$g(7) = 618$; $g(8) = 666$; $g(9) = 699$; $g(10) = 729$; $g(11) = 756$; $g(12) = 780$

b) $g(t) = g(t-1) + 0{,}1 \cdot (1000 - g(t-1))$; $g(0) = 200$

S. 127/ 6

6\. $g(t) = g(t-1) + 0{,}12 \cdot (3 - g(t-1))$; $g(0) = 0{,}5$

a) Nach 8 Wochen ist sie über 2 m groß. Also erreicht sie 2 m innerhalb der 7. Woche.

b) Von Woche 15 zu Woche 16 wächst sie nur noch 4,2 cm.

S. 127/ 7

7\. $g(t) = g(t-1) + 0{,}12 \cdot (5{,}5 - g(t-1))$; $g(0) = 24{,}5$
Zwischen 2 und 3 Minuten erreicht die Butter 20 °C, zwischen 5 und 6 Minuten 15 °C und zwischen 11 und 12 Minuten 10 °C. 5 °C erreicht sie nicht, da der Kühlschrank selbst 5,5 °C warm ist.

S. 127/ 8 (Zusatz)

8\. $g(t) = g(t-1) - 0{,}01 \cdot (300 - g(t-1))$ $g(t) = g(t-1) - 0{,}01 \cdot g(t-1) + 1$
1% Verlust 1l läuft dazu
Bei 200 l bleibt das Wasser in der Badewanne konstant auf diesem Pegel, weil der Abfluss pro Minute genau 1 l entspricht. Sobald weniger als 200 l in der Badewanne sind, sinkt der Pegel trotz des einen Liters, der pro Minute hinzugegeben wird. Wenn mehr als 200 l in der Badewanne sind, steigt der Pegel sogar.
↳ Ergebnis $g(0) = 100l = g(t)$ für alle t

@Amelie: Du schreibst die Klassenarbeit nach den Ferien nach. Inhaltlich kommen die gleichen Themen dran wie in der ersten Klassenarbeit. Zusätzlich können auch noch die Logarithmengesetze dran kommen.